

Министерство науки и высшего образования
Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Донецкий государственный университет»

Физико-технический факультет
Кафедра математической физики

УТВЕРЖДАЮ
проректор

_____ П.А. Машаров
«17» апреля 2025 г.
МП

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ И ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА

Укрупненная группа направлений подготовки	28.00.00 Нанотехнологии и наноматериалы
Программа высшего образования	Программа бакалавриата
Направление подготовки / Специальность	28.03.03 Наноматериалы
Направленность (профиль) образовательной программы / Специализация	Наноматериалы
Квалификация	Бакалавр
Форма обучения	Очная

Рабочая программа может быть адаптирована для лиц
с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

Донецк 2025

Рабочая программа дисциплины «**Аналитическая геометрия и линейная алгебра**» для обучающихся по направлению подготовки 28.03.03 Наноматериалы (Профиль: Наноматериалы), составлена на основании Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования – бакалавриат по направлению подготовки 28.03.03 Наноматериалы, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 22 сентября 2017 г. № 968 (с изм. и доп.), Порядка организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры, утвержденного приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 06 апреля 2021 г. № 245 (с изм. и доп.), в соответствии с учебным планом, утвержденным Ученым советом ФГБОУ ВО «ДонГУ» для набора 2025 года.

Разработчик:

доцент кафедры математической физики,
канд. физ.-мат. наук

А.Д. Манов

ст.преподаватель кафедры
математической физики

Ю.Ю. Коняева

Рабочая программа одобрена на заседании кафедры математической физики.
Протокол от 10.04.2025 г. №11.

Заведующий кафедрой

В.И. Колесник

СОГЛАСОВАНО:

И.о. декана физико-технического факультета
16.04.2025 г.

С.А. Фоменко

Учебно-методическая комиссия физико-технического факультета.
Протокол от 16.04.2025 г. № 4.

Председатель

В.Н. Котенко

Руководитель основной образовательной
программы, д-р физ.-мат. наук, проф.
10.04.2025 г.

А.Г. Петренко

1. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

1.1. Требования к предварительной подготовке обучающихся, предшествующие и сопутствующие дисциплины, на которых основывается изучение данной:

базовая подготовка по математике в объёме программы средней школы;

дисциплины программы бакалавриата: элементарная математика, математический анализ.

1.2. Дисциплины, для которых освоение данной дисциплины необходимо как предшествующее:

методы математической физики, теория вероятности и математическая статистика, тензорный анализ.

2. ОПИСАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

2.1. Общая характеристика

Наименование показателя	Значение показателя
Название образовательной программы	28.03.03 Наноматериалы (Профиль: Наноматериалы)
Шифр и название в соответствии с учебным планом	Б1.Б.7 Аналитическая геометрия и линейная алгебра
Часть образовательной программы	Базовая часть
Количество зачетных единиц / всего часов	3 / 108

2.2. Распределение часов по периодам обучения

Форма обучения	курс	семестр	Общее количество часов					Форма контроля
			лекционных	лабораторных	практических	самостоятельной работы + контроль	всего	
Очная	1	1	34	—	17	57	108	экзамен

3. ЦЕЛИ ДИСЦИПЛИНЫ

Освоение студентами понятий и методов аналитической геометрии и линейной алгебры; формирование уровня математической культуры, достаточного для понимания и усвоения последующих курсов, основанных на концепции непрерывности; развитие логического и алгоритмического мышления; овладение методами математических исследований, которые обучающийся может применить в своей области; формирование у студентов научного подхода.

4. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ КОМПОНЕНТА ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ, ИХ ИНДИКАТОРЫ И ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

4.1. Компетенции

Компетенции	Индикаторы	Результаты обучения
ОПК-1. Способен решать задачи профессиональной деятельности на основе применения естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования.	ОПК-1.3. Демонстрирует знание основных понятий, гипотез, теорем, методов фундаментальной и прикладной математики и других естественных наук.	ОПК-1.3.1. Знает методы решения задач профессиональной деятельности на основе аналитической геометрии. ОПК-1.3.2. Умеет применять методы аналитической геометрии в решении задач профессиональной деятельности. ОПК-1.3.3. Владеет навыками применения аналитической геометрии в решении задач профессиональной деятельности.
	ОПК-1.4. Корректно интерпретирует различные данные в области фундаментальной и прикладной математики и других естественных наук.	ОПК-1.4.1. Знает основные понятия, теоремы аналитической геометрии. ОПК-1.4.2. Умеет доказывать основные теоремы аналитической геометрии на плоскости и в пространстве. ОПК-1.4.3. Владеет понятийным и формальным математическим аппаратом аналитической геометрии.

5. ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Название темы	Краткое содержание темы (вопросы темы)
Раздел 1. Аналитическая геометрия	
Векторная алгебра	Система координат на плоскости и в пространстве. Векторы и действия над ними. Скалярное произведение векторов, его механическая интерпретация. Векторное произведение векторов, его механическая интерпретация. Смешанное произведение векторов, его геометрическая интерпретация. Двойное векторное произведение.
Прямая на плоскости	Прямая на плоскости. Различные формы уравнения прямой на плоскости. Угол между прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности прямых
Плоскость	Различные формы уравнения плоскости. Взаимное расположение плоскостей. Способы задания прямой в пространстве. Угол между прямой и плоскостью.
Линии и поверхности второго порядка	Эллипс, гипербола, парабола: канонические уравнения; исследования формы; эксцентриситет и директрисы; оптические свойства. Полярные уравнения линий второго порядка. Поверхности второго порядка: канонические уравнения; исследование формы.
Раздел 2. Линейная алгебра	
Матрицы и определители	Матрицы и операции над ними. Определитель n -го порядка и его свойства. Теорема Лапласа. Обратная матрица. Критерий обратимости. Система линейных уравнений. Метод Крамера. Метод Гаусса. Ранг матрицы.
Линейное пространство. Общие системы	Линейное пространство: свойства, базис и размерность. Подпространство. Линейные оболочки. Общее решение неоднородной линейной системы. Базис и размерность пространства решений однородной системы. Фундаментальная система решений

линейных уравнений.	однородной системы. Структура общего решения неоднородной системы.
Действительные и комплексные евклидовы пространства.	Линейные, билинейные и квадратичные формы в вещественном и комплексном пространствах. Понятие нормы. Канонический вид квадратичной формы. Метод Лагранжа. Метод Якоби.
Линейные операторы. Элементы теории групп.	Линейный оператор. Матрица линейного оператора. Действия над операторами и соответствующие действия над их матрицами. Преобразование матрицы линейного оператора при переходе к новому базису. Характеристическое уравнение. Связь между линейными операторами и билинейная форма в комплексном евклидовом пространстве. Жордан клетки, Жордан цепочки. Группа. Кольцо. Поле.

6. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

6.1. Форма обучения – очная, курс – 1, семестр – 1

Наименования разделов и тем	Количество часов				
	Лекц.	Лабор.	Практ.	СРС+К	Всего
Раздел 1. Аналитическая геометрия	16	-	7	31	54
Векторная алгебра.	4	-	2	8	14
Прямая на плоскости	4	-	2	8	14
Плоскость	4	-	2	8	14
Линии и поверхности второго порядка	4	-	1	7	12
Раздел 2. Линейная алгебра	18	-	10	26	54
Матрицы и определители	4	-	2	6	12
Линейное пространство. Общие системы линейных уравнений.	4	-	2	6	12
Действительные и комплексные евклидовы пространства.	5	-	3	6	14
Линейные операторы. Элементы теории групп.	5	-	3	8	14
ИТОГО ПО КОМПОНЕНТУ ОП	34	-	17	57	108

7. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ (СРЕДСТВА) ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

7.1. Контрольные вопросы

Раздел 1

1. Системы координат на плоскости и в пространстве.
2. Понятие вектора. Линейные операции над векторами.
3. Линейная зависимость и независимость векторов. Основные теоремы.
4. Линейная зависимость двух, трех и четырех векторов.
5. Понятие базиса. Аффинные координаты.
6. Декартовы координаты как частный случай аффинных координат. Координаты векторов в декартовой системе. Направляющие косинусы.
7. Скалярное произведение векторов, его механическая интерпретация. Геометрические и алгебраические свойства скалярного произведения.
8. Представление скалярного произведения в декартовой системе координат.

9. Определители второго и третьего порядка, их основные свойства.
10. Правые и левые тройки векторов. Правая и левая системы координат.
11. Векторное произведение векторов, его механическая интерпретация.
Геометрические и алгебраические свойства векторного произведения.
12. Представление векторного произведения в декартовой системе координат.
13. Смешанное произведение векторов, его геометрическая интерпретация.
Алгебраические свойства смешанного произведения.
14. Представление смешанного произведения в декартовой системе координат.
15. Двойное векторное произведение.
16. Различные формы уравнения прямой на плоскости.
17. Взаимное расположение прямых на плоскости. Условие параллельности двух прямых, условие перпендикулярности двух прямых.
18. Различные формы уравнения плоскости.
19. Взаимное расположение двух плоскостей. Условие параллельности, условие перпендикулярности.
20. Различные способы задания прямой в пространстве.
21. Взаимное расположение прямой и плоскости. Угол между ними.
22. Линии второго порядка как конические сечения. Общее уравнение линии второго порядка.
23. Эллипс. Вывод канонического уравнения.
24. Исследование формы эллипса по его каноническому уравнению.
25. Эксцентриситет и директрисы эллипса. Директориальное свойство эллипса.
26. Гипербола. Вывод канонического уравнения.
27. Исследование формы гиперболы по ее каноническому уравнению.
28. Эксцентриситет и директрисы гиперболы. Директориальное свойство гиперболы.
29. Парабола. Вывод канонического уравнения. Исследование формы.
30. Определение линий второго порядка на основе их директориальности.
31. Касательные к линиям второго порядка. Оптические свойства эллипса, гиперболы и параболы.

Раздел 2

1. Матрицы, виды матриц. Операции над матрицами, свойства этих операций.
2. Определитель n -го порядка (индуктивное определение).
3. Определитель произведения квадратных матриц.
4. Обратная матрица. Теорема о существовании и единственности обратной матрицы.
5. Правило Крамера решения систем уравнений.
6. Понятие линейного пространства (примеры).
7. Линейная зависимость и линейная независимость системы векторов, свойства.
8. Базис и размерность линейного пространства.
9. Координаты вектора. Теорема о разложении вектора по базису (единственность разложения).
10. Понятие базисного минора, ранг матрицы. Теорема о ранге матрицы.
11. Системы линейных уравнений, основные определения. Матричная запись системы линейных уравнений.
12. Теорема Кронекера – Капелли.
13. Однородные системы уравнений. Фундаментальная система решений. Свойства решений однородной системы линейных алгебраических уравнений.
14. Структура общего решения неоднородной системы линейных алгебраических уравнений.
15. Понятие линейного преобразования линейных пространств. Матрица линейного преобразования (примеры).
16. Собственные векторы и собственные значения матрицы линейного

преобразования.

17. Характеристический многочлен. Алгоритм нахождения собственных векторов и собственных значений.
18. Квадратичные формы. Матрица квадратичной формы. Канонический и нормальный вид квадратичной формы. Закон инерции.
19. Приведение квадратичной формы к каноническому виду.
20. Положительно и отрицательно определенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра.
21. Базис геометрических векторов на прямой, на плоскости и в пространстве. Координаты вектора в данном базисе, выражение через координаты начала и конца. Линейные операции над векторами в координатной форме.
22. Ортогональные проекции векторов. Скалярное произведение векторов. Свойства. Выражение через координаты сомножителей в ортонормированном базисе.

7.2. Темы письменных работ (типы задач)

Контрольные работы по практике темам:

- векторная алгебра;
- вычисление определителей n -го порядка;
- решение систем линейных уравнений (метод Крамера, метод Гаусса, матричный метод).

Контрольная работа по проверке теоретических знаний – по всем темам, с использованием указанных выше контрольных вопросов.

7.3. Образец содержания экзаменационного билета (при наличии экзамена по дисциплине)

Донецкий государственный университет
Физико-технический факультет
Кафедра математической физики

Программа высшего образования	Программа бакалавриата
Направление подготовки	28.03.03 Наноматериалы
Профиль подготовки	Наноматериалы
Квалификация	Бакалавр
Форма обучения	Очная
Семестр	1
Дисциплина	Аналитическая геометрия и линейная алгебра

Экзаменационный билет № 1

1. Различные способы задания прямой в пространстве.
2. Структура общего решения неоднородной системы линейных алгебраических уравнений.
3. Прямая L задана уравнением $4x - 8y + 2 = 0$. Составить уравнение прямой L_1 , проходящей через точку $M_0(-1, 5)$ и перпендикулярной прямой L .
4. Исследовать на совместность систему:

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 3 \\ 4x_1 - 2x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 2 \\ 2x_1 - x_2 + 5x_3 - 6x_4 = 1 \\ 2x_1 - x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 5 \end{cases}$$

Утверждено на заседании кафедры математической физики,
протокол № __ от ____.202_ г.

Заведующий кафедрой

Т.Е. Пясецкая

Экзаменатор

А.Д. Манов

В случае ведения учебного процесса с использованием электронного обучения и дистанционных образовательных технологий, содержание билета может отличаться от приведенного.

8. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ БАЛЛОВ, КОТОРЫЕ ПОЛУЧАЮТ ОБУЧАЮЩИЕСЯ

Общая оценка знаний обучающихся по дисциплине проводится по 100-балльной шкале исходя из максимума, приведенного в таблице ниже. Организационно-учебная работа в аудитории оценивается на основе таких критериев как посещаемость занятий, своевременное и качественное выполнение домашних заданий, активность во время проведения лекционных и практических занятий (участие в обсуждении текущего и пройденного материала, решение задач и т.п.).

8.1. Семестр 1, очная форма обучения

Номера разделов	Виды работ	Максимальное количество баллов
1	Организационно-учебная работа в аудитории	10
	Самостоятельная работа	5
	Контрольные работы по практике	10
	Контрольная работа по теоретическому материалу	5
2	Организационно-учебная работа в аудитории	10
	Самостоятельная работа	5
	Контрольные работы по практике	10
	Контрольная работа по теоретическому материалу	5
ИТОГО		60
Экзамен		40
Общий итог за семестр		100

8.2 Соответствие баллов оценке

Количество баллов из 100	ECTS	Оценка по пятибалльной шкале	
		Экзамен, дифференцированный зачет	Зачет
90-100	A	отлично	зачтено
80-89	B	хорошо	зачтено
75-79	C		зачтено
70-74	D	удовлетворительно	зачтено
60-69	E		зачтено
35-59	FX	неудовлетворительно	не зачтено
0-34	F		не зачтено

9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА

Учебные занятия проводятся в Главном корпусе ДонГУ (г. Донецк, пр. Театральный, 13). Для проведения лабораторных занятий требуется аудитория, оборудованная меловой или маркерной доской, мультимедийный проектор и экран, ноутбук, комплект учебной мебели для студентов, рабочее место преподавателя, выход в Интернет – проводной или с использованием Wi-Fi.

Для самостоятельной работы используются текстовые и электронные ресурсы Научной библиотеки университета и других электронных библиотечных баз данных, учебно-методическое обеспечение, представленное в учебно-методическом кабинете Главного корпуса (ауд.405).

Обучающиеся имеют возможность использовать учебные материалы по дисциплине, размещенные на платформе Moodle Центра дистанционного образования ФГБОУ ВО «ДонГУ». При изучении дисциплины применяются электронное обучение и дистанционные образовательные технологии.

С использованием ресурсов платформы дистанционного образования осуществляется текущий контроль знаний обучающихся на основе тестирования и проверки результатов самостоятельной работы.

10. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

10.1. Основная литература

1. Беклемишев, Д. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры : [Учеб. пособие для студентов вузов] / Д. В. Беклемишев. - 2-е изд. - М. : Наука, 1974. - 320 с.
2. Ильин, В. А. Аналитическая геометрия : [Учебник для физ. специальностей и специальности "Прикл. математика" ун-тов] / В. А. Ильин, Э. Г. Позняк. - 3-е изд. - М.: Наука, 1981. - 232 с.
3. Каплан, И. А. Практические занятия по высшей математике. Ч. 1: Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве / И. А. Каплан. - 5-е изд. - Харьков : Изд-во Харьк. гос. ун-та, 1973. - 204 с.
4. Канатников, А. Н. Аналитическая геометрия : учебное пособие для студентов вузов, обучающихся по естественно-научным, техническим и экономическим направлениям и специальностям / А. Н. Канатников, А. П. Крищенко. - Москва: Академия, 2009. - 199 с.
5. Клетеник, Д. В. Сборник задач по аналитической геометрии : [учеб. пособие для вузов] / Д. В. Клетеник ; под ред. Н. В. Ефимова. - 17-е изд. - Санкт-Петербург : Профессия, 2009. - 199 с.
6. Погорелов, А. В. Аналитическая геометрия : [учебник для мат. и физ. специальностей вузов] / А. В. Погорелов. - 3-е изд. - Москва : Наука, 1968. - 176 с.

10.2. Дополнительная литература

7. Колесник В.И. Векторная алгебра. [Учебно-методическое пособие]. / В.И. Колесник. – Донецк: ГОУ ВПО ДонНУ, 2019. – 93 с.

23. ИНФОРМАЦИОННЫЕ РЕСУРСЫ

1. **Национальная электронная библиотека (НЭБ):** федеральная государственная информационная система / Министерство Культуры РФ; Российская государственная библиотека. – Москва, 2019- . – URL: <https://rusneb.ru/> (дата обращения:

01.09.2023). – Режим доступа: свободный, подписка. Необходима установка программного обеспечения. – Текст: электронный.

2. **eLIBRARY.RU**: научная электронная библиотека: сайт. – Москва, 2000- . – URL: <https://elibrary.ru> (дата обращения: 01.09.2023). – Режим доступа: для авторизов. пользователей. – Текст: электронный.

3. Научная электронная библиотека «**КиберЛенинка**»: сайт / Ассоциация «Открытая наука». – Москва, 2014- . – URL: <https://cyberleninka.ru/>. – Режим доступа: свободный. – Текст: электронный.

4. Электронно-библиотечная система «**Лань**»: [сайт]. – URL: <https://e.lanbook.com> (дата обращения: 01.09.2023). – Режим доступа: для авторизов. пользователей. – Текст: электронный.

5. **ЭБС Юрайт**: электронная библиотечная система: сайт. – Москва, 2013. – URL: <https://biblio-online.ru> (дата обращения: 01.09.2023). – Режим доступа: для авторизов. пользователей. – Текст: электронный.

6. **Электронно-библиотечная система ДонГУ**: сайт / ФГБОУ ВО «ДонГУ». – Донецк, 2016- . – URL: <http://library.donnu.ru/> (дата обращения: 01.09.2023). – Режим доступа: свободный. – Текст: электронный.

7. **Электронный каталог** Научной библиотеки ДонГУ: раздел сайта / НБ ДонГУ. – Текст: электронный // ЭБС ДонГУ: сайт. – URL: <http://library.donnu.ru/catalog/> (дата обращения: 01.09.2023). – Режим доступа: поиск свободный, электронные документы – для пользователей ДонГУ.

8. **Электронный архив ДонГУ**: раздел сайта / НБ ДонГУ. – Текст: электронный // ЭБС ДонГУ: сайт. – URL: <http://repo.donnu.ru/> (дата обращения: 01.09.2023). – Режим доступа: свободный.

24. ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

1. Windows 7 PRO (корпоративная лицензия ДонГУ № 46484614)
2. Microsoft Office (корпоративная лицензия ДонГУ № 46472919)
3. Microsoft Visual Studio (лицензия программы Dream Spark для высших учебных заведений)
4. Антивирус Касперского, Adobe Acrobat Reader, xPDF (лицензии GPL, Apache, BSD для свободного программного обеспечения).